Escuela de Educación Secundaria Orientada Nº 209

Motivo: Actividades para el periodo de suspensión de clases

Espacio Curricular: MATEMÁTICA Curso: Segundo "A" Turno: Mañana.

Profesora: Noemí Mancini

Trabajo Nº7:

Eje temático: ¿Por qué fue importantes la creación de un nuevo conjunto numérico?

Objetivo: Resolver las raíces de números racionales.
Aplicar las propiedades de la radicación.
Resolver las operaciones combinadas

Contenidos: **Conjunto de los números racionales**
Radicación de los números racionales. Propiedades de la radicación de los números racionales. Operaciones combinadas Ejercitación.

Actividades:

El estudiante debe leer el apunte sobre radicación de números racionales, sus propiedades y operaciones combinadas

Realizar las actividades que se encuentran en el apunte, en la hoja de carpeta.

Habrá una clase virtual, la fecha es: **30 de septiembre.**

Subir el trabajo al classroom, cuyo código es 23vnelg

Fecha de entrega es el 5 de octubre

Evaluación:

Esta actividad será evaluada y se realizará las aclaraciones de las dudas por medio del classroom.

TRABAJO PRÁCTICO Nº 7

RADICACIÓN Y SUS PROPIEDADES

Definición:

La radicación es una operación entre dos números **a** y **n** llamados **radicando** e **índice**, respectivamente.

Para hallar la raíz de índice **n** de una fracción se halla la raíz del numerador y del denominador.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Ejemplos 1:

a) $\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} = \pm \frac{2}{5}$

b) $\sqrt[3]{-\frac{64}{125}} = -\frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{125}} = -\frac{4}{5}$

Recordando algunos conceptos:

- Las raíces de **índice par** tienen **dos soluciones posibles.**
- Si el **radicando** es **un número racional**, **la raíz** puede ser **positivo o negativo**
- Si el **radicando** es un **número positivo** y el **índice es impar**, la **raíz es positiva**
- Si el **radicando** es un **número negativo** y el **índice es impar**, la **raíz es negativa.**
- Si **el radicando** es **negativo** y el **índice es par**, la raíz no tiene solución en el conjunto de **los números racionales**, ya que ningún racional elevado a un exponente par da por resultado un número negativo.

ACTIVIDAD

1) Calcular, si es posible, las siguientes raíces

a. $\sqrt[3]{-\frac{1}{64}} = \boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

b. $\sqrt{-\frac{81}{25}} = \boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

c. $\sqrt[3]{-\frac{64}{27}} = \boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

d. $\sqrt[4]{-\frac{16}{81}} = \boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

e. $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}} = \boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

f. $\sqrt{1{,}69} = \boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

g. $\sqrt[3]{-\frac{512}{125}} = \boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

h. $\sqrt[4]{\frac{625}{256}} = \boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

i. $\sqrt[3]{\frac{343}{729}} = \boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

PROPIEDADES D LA RADICACIÓN

Simplificación o ampliación del índice de una raíz.
Se puede dividir o multiplicar el índice de la raíz y el exponente de su base por un mismo número distinto de cero, el resultado no se modifica.

Ejemplo 2:

a) $\sqrt{\left(\frac{5}{6}\right)^2} = \sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6}$ Si simplificamos el índice de la raíz con el exponente nos da el mismo resultado que si resolvemos las potencias.

b) $\sqrt[3]{\left(\frac{3}{4}\right)^3} = \sqrt[3]{\frac{27}{64}} = \frac{3}{4}$.Si simplificamos el índice de la raíz con el exponente nos da el mismo resultado que si resolvemos las potencias.

Conclusión: Si el índice de la raíz es par y el exponente del radicando son iguales se pueden simplificar siempre que el radicando sea positivo.

$$\sqrt[n]{\left(\frac{a}{d}\right)^{m}} = \sqrt[n.b]{\left(\frac{a}{d}\right)^{m.b}}$$

$$\sqrt[n]{\left(\frac{a}{d}\right)^{m}} = \sqrt[n:c]{\left(\frac{a}{d}\right)^{m:\,c}} \qquad \wedge \quad b \neq 0 \quad \wedge \;\; c \neq 0$$

<u>Ejemplos 3:</u>

a) $\sqrt[4]{\left(\frac{4}{81}\right)^{2}} = \sqrt{\frac{4}{81}} = \frac{2}{9}$ En este ejemplo dividimos el índice y el exponente del radicando por dos. Dando la raíz cuadrada de 4/81

b) $\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^{4}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2} = \frac{9}{4}$ En este ejemplo dividimos el índice y el exponente del radicando por dos. Desparece la raíz, quedando nueve cuartos al cuadrado.

c) $\sqrt{\frac{9}{4}} = \sqrt[4]{\left(\frac{9}{4}\right)^{2}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{3}{2}$ En este caso multiplicamos el índice y el exponente del radicando por dos. Luego resolvemos la potencia y por último, la raíz.

Propiedad cancelativa de los índices

Si dos raíces de igual índice son iguales, entonces sus bases son iguales

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \sqrt[n]{\frac{c}{d}} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

<u>Ejemplos 4:</u>

a) $\sqrt[3]{\frac{27}{125}} = \sqrt[3]{\frac{27}{125}}$

$\frac{3}{5} = \frac{3}{5}$

b) $\sqrt{\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{9}{16}}$

$\frac{9}{16} = \frac{9}{16}$

En estos ejemplos se simplificó los índices de las raíces.

Propiedad raíz de una raíz

La raíz de una raíz es otra raíz de la misma base cuyo índice es el producto de los índices dados.

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{\frac{a}{b}}} = \sqrt[n\,.\,m]{\frac{a}{b}}$$

<u>Ejemplos 5:</u>

a) $\sqrt{\sqrt{\frac{81}{16}}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{3}{2}$ En este ejemplo se multiplicó los índices de las raíces, obteniendo otra raíz con el índice 4, luego se resolvió la raíz cuarta.

b) $\sqrt{\sqrt[3]{\frac{64}{15625}}} = \sqrt[6]{\frac{64}{15625}} = \frac{2}{5}$ En este caso se multiplicó el índice dos con el índice 3, obteniendo otra raíz con índice 6, luego se resolvió la raíz sexta.

Propiedad distributiva de la radicación.

La radicación **es distributiva** respecto de la **multiplicación** y la **división.**

$$\sqrt[n]{\frac{a}{c} * \frac{b}{d}} = \sqrt[n]{\frac{a}{c}} * \sqrt[n]{\frac{b}{d}}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{c} : \frac{b}{d}} = \sqrt[n]{\frac{a}{c}} : \sqrt[n]{\frac{b}{d}}$$

Ejemplos 6:

a) $\sqrt{\frac{4}{25} * \frac{9}{64}} = \sqrt{\frac{4}{25}} * \sqrt{\frac{9}{64}}$

$$\sqrt{\frac{9}{400}} = \frac{2}{5} * \frac{3}{8}$$

$$\frac{3}{20} = \frac{3}{20}$$

En este ejemplo si resolvemos primero la multiplicación que hay como radicando y luego la raíz cuadrada, da lo mismo si separamos las raíces. Es decir, la raíz cuadrada de 4/25 y la raíz cuadrada de 9/64 el resultado es siempre el mismo.

b) $\sqrt[3]{\frac{216}{125} : \frac{1}{27}} = \sqrt[3]{\frac{216}{125}} : \sqrt[3]{\frac{1}{27}}$

$$\sqrt[3]{\frac{5832}{125}} = \frac{6}{5} : \frac{1}{3}$$

$$\frac{18}{5} = \frac{18}{5}$$

En este caso si resolvemos la división debajo del radicando o separamos las raíces y luego la resolvemos individualmente se obtiene el mismo resultado.

La radicación **no es distributiva respecto** de la **suma** y de **resta.**

$$\sqrt[n]{\frac{a}{c} + \frac{b}{d}} \neq \sqrt[n]{\frac{a}{c}} + \sqrt[n]{\frac{b}{d}}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{c} - \frac{b}{d}} \neq \sqrt[n]{\frac{a}{c}} - \sqrt[n]{\frac{b}{d}}$$

ACTIVIDADES

Antes de resolver leer con atención el apunte para fijar los conceptos.

2) Aplicar las propiedades de la radicación y luego resolver.

1. $\sqrt{\frac{9}{4} \cdot \frac{25}{49}} =$

3. $\sqrt{\sqrt{\frac{81}{16}}} =$

2. $\sqrt[3]{\frac{27}{8} \cdot \frac{125}{64}} =$

4. $\sqrt{\frac{144}{81} : \frac{36}{25}} =$

3) Resolver aplicando las propiedades de la radicación:

a) $\sqrt[6]{\left(\frac{25}{9}\right)^3} =$

d) $\sqrt[4]{\frac{81}{625} : \frac{256}{16}} =$

b) $\sqrt{\sqrt[3]{\frac{64}{729}}} =$

e) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{\left(\frac{49}{121}\right)^6 * \left(\frac{1}{12}\right)^{12}}}$

c) $\sqrt[3]{-\frac{125}{27} * \frac{1000}{343}} =$

f) $\sqrt[5]{\sqrt{\frac{1}{3}} * \sqrt{\frac{1}{3}}}$

OPERACIONES COMBINADAS

Para resolver un cálculo combinando las seis operaciones, se debe tener en cuenta el orden de resolución de las operaciones, que es el mismo que para resolver los cálculos combinados con números enteros.

Recuerden separar previamente en términos.

Ejemplo 1:

$$\sqrt[3]{\frac{1}{8}} : \frac{3}{4} + \left(-\frac{4}{3}\right)^2 - \frac{5}{12} \cdot \frac{24}{30} =$$

$$\frac{1}{2} : \frac{3}{4} + \frac{16}{9} - \frac{5}{12} \cdot \frac{24}{30} =$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} + \frac{16}{9} - \frac{1}{3} =$$

$$\frac{2}{3} + \frac{16}{9} - \frac{1}{3} =$$

$$\frac{6}{9} + \frac{16}{9} - \frac{3}{9} = \frac{19}{9}$$

1. Se separa en términos.
2. Se resuelven las potencias y las raíces.
3. Se resuelven las multiplicaciones y las divisiones.
4. Se resuelven las sumas y las restas.

Ejemplo 2:

$$\left(\sqrt{\frac{36}{25}} + \frac{3}{10}\right) . 3 + \left(\frac{6}{5}\right)^{-1} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 =$$

$$\frac{3}{2} . 3 + \left(\frac{6}{5}\right)^{-1} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 =$$

$$\frac{3}{2} . 3 + \frac{5}{6} + \frac{9}{4} =$$

$$\frac{9}{2} + \frac{5}{6} + \frac{9}{4} = \frac{91}{12}$$

1. Se resuelven las operaciones que se encuentran entre paréntesis.
2. Se resuelven las potencias y raíces.
3. Se resuelven las multiplicaciones y divisiones.
4. Se resuelven las sumas y restas.

Ejemplo 3:

$$(0{,}2)^2 \cdot \sqrt{\frac{1}{4}} - 0{,}\widehat{2} : 0{,}\widehat{1} + \frac{1}{2} =$$

$$\left(\frac{2}{10}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{1}{4}} - \frac{2}{9} : \frac{1}{9} + \frac{1}{2} =$$

$$\frac{4}{100} \cdot \frac{1}{2} - \frac{2}{9} \cdot 9 + \frac{1}{2} =$$

$$\frac{1}{50} - 2 + \frac{1}{2} = -\frac{74}{50} = -\frac{37}{25}$$

1. Se separa en términos.
2. Se pasan las expresiones decimales a fracción.
3. Se resuelven las potencias y raíces.
4. Se resuelven las multiplicaciones y divisiones.
5. Se resuelven las sumas y restas.

En caso de que haya paréntesis y corchetes, se resuelven primero los cálculos que ellos encierran respetando la jerarquía de las operaciones.

Ejemplo 4:

$$\sqrt[5]{\frac{1}{243}} : \left[\frac{7}{6} - \left(1 - \frac{1}{3}\right)^4 + \frac{11}{54}\right] \cdot \frac{5}{3} =$$

$$\sqrt[5]{\frac{1}{243}} : \left[\frac{7}{6} - \left(\frac{2}{3}\right)^4 + \frac{11}{54}\right] \cdot \frac{5}{3} =$$

$$\sqrt[5]{\frac{1}{243}} : \left[\frac{7}{6} - \frac{16}{81} + \frac{11}{54}\right] \cdot \frac{5}{3} =$$

$$\sqrt[5]{\frac{1}{243}} : \left[\frac{189 - 32 + 33}{162}\right] \cdot \frac{5}{3} =$$

$$\sqrt[5]{\frac{1}{243}} : \frac{95}{81} \cdot \frac{5}{3} =$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{81}{95} \cdot \frac{5}{3} = \frac{9}{19}$$

1. Se separa en términos dentro de los corchetes.
2. Se resuelve el paréntesis.
3. Se resuelve la potencia.

4. Se resuelven las sumas y las restas.
5. Se resuelven las operaciones según su jerarquía.

Ejemplo 5:

$$\sqrt{\left(\frac{11}{4}-\frac{5}{2}\right)^3}+\frac{5}{2}\cdot\left(\frac{5}{3}-1\right)^{-2}+4\cdot\left(3-\frac{7}{8}\right)=$$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^3}+\frac{5}{2}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^2+4\cdot\frac{17}{8}=$$

$$\frac{1}{8}+\frac{5}{2}\cdot\frac{9}{4}+4\cdot\frac{17}{8}=$$

$$\frac{1}{8}+\frac{45}{8}+\frac{17}{2}=\frac{57}{4}$$

1. Se resuelven las operaciones que se encuentran entre paréntesis.
2. Se resuelven las potencias y raíces.

3. Se resuelven las multiplicaciones y divisiones.
4. Se resuelven las sumas y restas.

Ejemplo 6:

$$\sqrt[5]{\left(\frac{1}{2}\right)^5}+\left(\frac{2}{3}\right)^4:\left(\frac{2}{3}\right)^2-\sqrt[3]{\frac{1}{3}\cdot\sqrt[3]{27}}=$$

$$\frac{1}{2}+\left(\frac{2}{3}\right)^2-\sqrt[3]{\frac{1}{3}\cdot 3}=$$

$$\frac{1}{2}+\frac{4}{9}-1=-\frac{1}{18}$$

1. Se simplifica el índice y el exponente.

2. Se aplica cociente de potencias de igual base.

3. Se separa en términos y se resuelve la potencia y la raíz.

4. Se resuelven las sumas y restas.

ACTIVIDADES

4) Resolver los siguientes cálculos combinados. Antes leer con atención el apunte donde se encuentran los ejercicios de ejemplos.

a) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4 \ : \ \frac{4}{27} \ + \ \sqrt{\frac{121}{64}} \ * \ 2 \ - \ \frac{1}{4} =$

b) $\frac{14}{45} \ : \ \left(-\frac{9}{7}\right)^{-1} \ + \ \sqrt[3]{1 \ - \ \frac{7}{8}} \ - \ \frac{3}{5} =$

c) $\sqrt[3]{\frac{1}{16} \ * \ (-54)} \ : \ \frac{3^2}{2^3} \ + \ \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right)^{-1} \ - \ 7^0 =$

d) $\frac{2}{5} \ * \ \left(-\frac{5}{2}\right)^{-1} \ + \ \frac{9}{25} \ : \ \frac{1}{5} \ - \ \sqrt{\frac{49}{25}} \ * \ \left(-\frac{1}{7}\right) \ + 2 \ =$

e) $-\frac{8}{5} \ * \ \sqrt[4]{\frac{49}{16} \ + \ 2} \ - \ \frac{7}{4} \ - \ \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} =$